

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

25.04.2023 г.

Шамраева В.В.

Стохастическая финансовая математика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладная математика и информатика»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №31 от 18.04.2023г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного
Департамента анализа данных и машинного обучения
(протокол №2 от 29.03.2023г.)*

Москва 2023

Содержание

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов.....	4
5.1. Содержание дисциплины	4
5.2. Учебно-тематический план.....	7
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	9
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	9
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	11
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	12
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	18
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	19
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	20
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	24
12. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	24

1. Наименование дисциплины

«Стохастическая финансовая математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-1	Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности	1. Владеет методиками расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности.	Знать: основные модели, используемые в стохастической финансовой математике и методы их построения; Уметь: решать основные задачи, связанные с прогнозированием стоимостей финансовых активов в условиях неопределенности финансового рынка;
		2. Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации	Знать: основные способы получения, отбора, хранения и обработки данных, способы доступа к различным баз с данными. Уметь: использовать техническое программное обеспечение для получения, отбора, хранения и обработки данных; уметь обращаться к внешним ресурсам для получения данных.
		3. Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария	Знать: основные современные средства и информационные технологии при решении управленческих задач и современный инструментарий обработки реальных данных. Уметь: применять информационные инструменты к анализу результатов исследования реальных данных.
ПКП-2	Способность моделировать и оценивать риски финан-	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и	Знать: фундаментальные понятия, алгебры, геометрии, математического анализа, математического моделирования

	сово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности	оценивания рисков финансово-экономической деятельности	для решения задач по стохастической финансовой математике. Уметь: применять соответствующие знания и программное обеспечение для моделирования ситуаций и их оценки и анализа.
		2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты математики. Уметь: использовать математические методы и модели для постановки, решения и обоснования управленческого решения.
		3. Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности	Знать: фундаментальные понятия, идеи, инструменты математики. Уметь: формировать математические модели для реальных данных, интерпретировать и оценивать полученные результаты в задачах моделирования и описания управленческой деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Стохастическая финансовая математика» является дисциплиной Цикла профиля (элективный) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладная математика и информатика».

Изучение дисциплины «Стохастическая финансовая математика» базируется на знаниях, полученных в рамках изучения математических дисциплин, входящих в ОП бакалавра по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»: Финансовая математика и её приложения, Математический анализ, Алгебра и геометрия, Теория вероятностей и математическая статистика, Финансовые рынки, Численные методы, Эконометрика, Дискретная математика, Методы оптимизации, Математические методы принятия решений.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	3/108	108
<i>Аудиторные занятия- Контактная работа</i>	34	34
<i>Лекции</i>	16	16
<i>Семинары, практические занятия</i>	18	18
<i>Самостоятельная работа</i>	74	74
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачёт	Зачёт

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия финансовой математики

1.1. Основные и производные финансовые инструменты. Структура финансового рынка, различные виды рынков.

1.2. Рынок производных ценных бумаг. Опционы, фьючерсы, форварды. Опционы Европейского и Американского типа. Экзотические опционы.

1.3. Модель ценообразования финансовых активов. CAPM – Capital Asset Pricing Model.

1.4. Введение в арбитражную теорию расчетов. APT – Arbitrage Pricing Theory.

1.2. Основные методы расчета цены опциона.

1.3. Случайное блуждание как базовый процесс, моделирующий цену активов в дискретном времени. Основные свойства, слабая сходимость к броуновскому движению. Принцип инвариантности Донскера-Прохорова.

Тема 2. Модели финансовых рынков в дискретном времени

2.1. Понятие биномиального (B,S) -рынка в дискретном времени. Портфель ценных бумаг.

2.2. Схемы образования событий на финансовом рынке (информационные потоки). Стохастический базис. Адаптированная последовательность цен акций. Предсказуемая последовательность случайных величин.

2.3. Верхние и нижние хеджи. Верхняя и нижняя цена контракта. Соотношения между верхней и нижней ценами. Расчет рациональной стоимости и хеджирующих стратегий.

2.3. Расчет опционов Американского типа. Расчеты цены опциона покупателя и опциона продавца.

2.5. Опционы с последствием. «Русский опцион».

2.6. Концепция безарбитражности. Полнота финансового рынка.

2.7. Связь безарбитражности рынка. Существование риск-нейтральной (мартингальной) меры.

2.8. Мартингальный критерий отсутствия арбитража. Первая и вторая фундаментальная теоремы финансовой математики.

2.9. Модель (B,S) -рынка Кокса-Росса-Рубинштейна (CRR-рынок). Вычисление цены опционов Европейского типа.

Тема 3. Модели финансовых рынков в непрерывном времени

3.1. Возникновение финансовой математики. Модель Башелье. Вычисление справедливой цены опциона.

3.2. Модели финансовых рынков, основанные на броуновском движении. Геометрическое броуновское движение.

3.3. Понятие (B,S) -рынка в непрерывном времени. Модель Блэка-Мэртона-Шоулза. Предельный переход от модели Кокса-Росса-Рубинштейна к непрерывному времени.

3.4. Формула Блэка и Шоулза цены опциона. Мартингальный вывод и вывод, основанный на решении фундаментального уравнения. Формула Блэка и Шоулза. Модель с дивидендами.

3.5. Численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений в модели Блэка-Шоулза с помощью численных алгоритмов Эйлера-Маруяма, Мильштейна и Рунге-Кутты.

3.5. Конструкция мартингальных мер в диффузионных моделях. Теорема Гирсанова.

3.6. Нормальные обратно-гауссовские распределения. Гиперболические распределения. Устойчивые распределения. Безгранично делимые распределения.

3.7. Вычисление $V@R$ в гауссовском случае. Коэффициенты чувствительности. Анализ главных компонент.

3.8. Понятие волатильности финансовых рынков. Основные методы расчета и оценивания. Виды волатильности.

Тема 4. Современные тенденции в финансовой математике и последние достижения

4.1. Использование фрактального броуновского движения в качестве базового процесса. Параметр Харста. Автомодельность фрактального броуновского движения. Сильное последствие.

4.2. Правило «Buy and Hold». Долгосрочная стратегия. Максимизация функции полезности.

4.3. Вероятностно-статистические методы в техническом анализе финансовых рынков. Kagi-, Renko- стратегии. Н-волатильность и

Н-инверсия как меры изменчивости. Новый подход к определению волатильности. Учет арбитража.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Общая, в т.ч.	Лекции	Семинары, практическ ие занятия		
1.	Основные поня- тия финансовой математики	14	4	2	2	10	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2.	Модели финансовых рынков в дискретном времени	32	12	6	6	20	
3.	Модели финансовых рынков в непрерывном времени	34	14	6	8	20	
4.	Современные тенденции в финансовой математике и последние достижения	28	4	2	2	24	
	В целом по дисциплине	108	34	16	18	74	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		31	47	53	69	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Основные понятия финансовой математики	Портфель ценных бумаг. Диверсификация Марковица. Модель ценообразования финансовых активов (CAPM – Capital Asset Pricing Model). Арбитражная теория расчётов (APT – Arbitrage Pricing Theory). Решение задач по расчётам цены опциона. Рассмотрение методов решения задач и применение их на практике (8, 2)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; - выполнение домашних заданий
Модели финансовых рынков в дискретном времени	Моделирование цены активов в дискретном времени. Неопределённость и нерегулярность поведения цен, вероятностное описание и представление. Биномиальная модель эволюции цен (8, 2) Линейные стохастические модели. Модель скользящего среднего MA (q). Авторегрессионная модель AR (p). Модель авторегрессии и скользящего среднего ARMA (p,q) и интегральная модель ARIMA(p,d,q). Прогнозирование в линейных моделях (8, 2) Нелинейные стохастические условно-гауссовские модели. Модели ARCH и GARCH, EGARCH, TGARCH, HARCH и др. Модели стохастической волатильности (8, 2) Полные и совершенные безарбитражные рынки. Расчёт рациональной стоимости и хеджирующих стратегий. Опционы европейского типа на биномиальном (B,S)-рынке. Решение задач по расчётам цен опционов Европейского и Американского типов (8, 2), (8, 3) Расчёты цены опциона покупателя и опциона продавца (8, 1), (8, 3)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий
Модели финансовых рынков в непрерывном времени	Вычисление $V@R$ в гауссовском случае. (8, 1), (8, 4) Основные методы расчёта и оценивания волатильности (8, 1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;

	Броуновское движение и его роль как базисного процесса. Стохастический интеграл по броуновскому движению. Процессы и формула Ито. Стохастические дифференциальные уравнения. (8, 3) Опционы европейского и американского типа на диффузионных (B,S)-рынках акций и облигаций (8, 3)	-изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий
Современные тенденции в финансовой математике и последние достижения.	Вероятностно-статистические методы в техническом анализе финансовых рынков (8, 1)	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; -выполнение домашних заданий

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основные понятия финансовой математики	Основные свойства, слабая сходимости к броуновскому движению. Принцип инвариантности Донскера-Прохорова.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Модели финансовых рынков в дискретном времени	Расчет опционов Американского типа. Расчеты цены опциона покупателя и опциона продавца. Опционы с последствием. «Русский опцион».	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия;

		изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Модели финансовых рынков в непрерывном времени	Предельный переход от модели Кокса-Росса-Рубинштейна к непрерывному времени. Формула Блэка и Шоулза цены опциона. Мартингальный вывод и вывод, основанный на решении фундаментального уравнения. Формула Блэка и Шоулса. Модели с дивидендами. Конструкция мартингальных мер в диффузионных моделях. Теорема Гирсанова.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Современные тенденции в финансовой математике и последние достижения.	Нормальные обратно-гауссовские распределения. Гиперболические распределения. Устойчивые распределения. Безгранично делимые распределения. фрактального броуновского движения в качестве базового процесса. Параметр Харста. Автомодельность фрактального броуновского движения. Сильное последствие. Правило «Buy and Hold». Долгосрочная стратегия. Максимизация функции полезности. Вероятностно-статистические методы в техническом анализе финансовых рынков. Kagi-, Renko- стратегии. Новый подход к определению волатильности. Учет арбитража. Н-волатильность и Н-инверсия как меры изменчивости.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

1. Для одношагового рынка Кокса–Росса–Рубинштейна с $B_0=1$ при заданных параметрах: $S_0 = 150$, $r = 0,2$, $a = -0,2$, $b = 0,6$ с финансовым обязательством $f_1 = (S_1 - K)^+$, где контрактная цена $K = S_0$, определить:

- а) реплицирующую стратегию методом минимального хеджирования;
- б) справедливую цену, с использованием мартингальной вероятности.

2. Годовое среднеквадратическое отклонение индекса S&P500 составляет 60%, а процентная ставка по 12-ти месячным Казначейским векселям 40%. Постоянная ставка дивидендной доходности (q) равняется 8%. Текущее значение индекса S&P500 составляет 2100. В модели Блэка–Шоулза с непрерывными дивидендами для индекса S&P500 с ценой исполнения 1300, который истекает через 90 дней определить цену Европейского опциона колл $C(S_t, t)$ и пут $P(S_t, t)$.

3. Пусть $\{W(t), t \geq 0\}$ - процесс броуновского движения с нулевым средним $m_X(t) = 0$ и с ковариационной функцией

$$R_w(t, s) = \text{cov}\{W(t), W(s)\} = \min(t, s).$$

Найдите ковариационную функцию $R_X(t, s)$ и дисперсию $D_X(t)$ интеграла

$$X(t) = \int_0^t W(s) ds, t \geq 0.$$

4. Случайная функция $\{X(t), t \in T\}$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{X}(t) = \alpha X(t) + Y,$$

где Y – случайная величина $D(Y) > 0$, $\text{cov}\{X(0), Y\} = 0$. Найдите решение уравнения.

5. Пусть на промежутке времени $[0, T]$ в банк поступают вклады с интенсивностью (скоростью) $V(t)$ – количество вкладов в единицу времени. Величина

процента по вкладам- r , то есть за время Δt вклад становится равен $e^{r \cdot \Delta t}$. Найти суммарный капитал $X(t)$ к моменту времени t , считая, что начальный капитал нулевой $X(0) = 0$, а функция распределения $F(t)$ продолжительности вклада задана. Найдите математическое ожидание $X(t)$, если математическое ожидание $V(t)$ известно.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания

Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности (ПКП-1)	1. Владеет методиками расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности.	Знать: основные модели, используемые в финансовой математике и стохастической финансовой математики и методы их построения;	Рассмотрим двухфакторную АРТ. Акции компаний А, Б, В, Г имеют характеристики, приведенные в таблице:				
			Показатели	А	Б	В	Г
			Ожидаемые доходности в равновесном состоянии, %	26	18	22	
			Ожидаемые доходности без учёта равновесного состояния, %				24
			Коэффициент чувствительности к рыночному индексу X	0,8	0,9	1,4	1,2
			Коэффициент чувствительности к рыночному индексу Y	1,4	1,4	0,9	0,9
			Определить ожидаемую доходность акции Г, с учетом, что ситуация на рынке относительно этой акции будет стремиться к равновесной.				
		Уметь: решать основные задачи, связанные с прогнозированием стоимостей финансовых активов в условиях неопределенности финансового рынка;	Приведенные данные отражают фактические ставки доходности акций различных эмитентов А, В, С, D и их коэффициенты β . По мнению финансового аналитика, ставка доходности безрисковых вложений для данных условий – 5%, а доходность наиболее репрезентативного индекса, рассчитанного по доходности акций крупных компаний, ра-				

			вен 14%. Определите какие акции недооценены, переоценены или оценены верно. Каковы прогнозные тенденции изменения курсов данных акций? (ответы обосновать расчетами) <table><tr><td>Эмитент</td><td>μ_i (факт)</td><td>β_i</td></tr><tr><td>A</td><td>10,50%</td><td>0,72</td></tr><tr><td>B</td><td>11,80%</td><td>0,4</td></tr><tr><td>C</td><td>13,70%</td><td>1,22</td></tr><tr><td>D</td><td>11,60%</td><td>0,56</td></tr></table>	Эмитент	μ_i (факт)	β_i	A	10,50%	0,72	B	11,80%	0,4	C	13,70%	1,22	D	11,60%	0,56
Эмитент	μ_i (факт)	β_i																
A	10,50%	0,72																
B	11,80%	0,4																
C	13,70%	1,22																
D	11,60%	0,56																
2.Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации.	Знать: основные способы получения, отбора, хранения и обработки данных, способы доступа к различным баз с данными. Уметь: использовать техническое программное обеспечение для получения, отбора, хранения и обработки данных; уметь обращаться к внешним ресурсам для получения данных.	По данным о месячных доходностях индекса S&P500 и акций Cisco за один год найти статистическую бету акций Cisco относительно индекса. По данным о котировках пяти акций, обращающихся на Московской бирже в течении одного года (таймфрейм – месяц), собранные с сайта информационного агентства «МФД&ИнфоЦентр» https://mfd.ru/export/ (finam.ru) сформировать оптимальные портфели, состоящий только из рисковых ценных бумаг с минимальным риском, с минимальным риском при фиксированном уровне доходности.																
3.Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария.	Знать: основные современные средства и информационные технологии при решении управленческих задач и современный инструментарий обработки реальных данных.	По данным о котировках пяти акций, обращающихся на Московской бирже в течении одного года (таймфрейм – месяц), собранные с сайта информационного агентства «МФД&ИнфоЦентр» https://mfd.ru/export/ (finam.ru) сформировать оптимальные портфели максимальной полезности. Выполнить задание с использованием инструментария MS Excel и Python.																

Способность моделировать и оценивать риски финансово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности (ПКП-2)	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и оценивания рисков финансово-экономической деятельности.	Уметь: применять информационные инструменты к анализу результатов исследования реальных данных. Знать: фундаментальные понятия, алгебры, геометрии, математического анализа, математического моделирования для решения задач по стохастической финансовой математике. Уметь: применять соответствующие знания и программное обеспечение для моделирования ситуаций и их оценки и анализа	На четырёх финансовых инструментах продемонстрировать ключевые принципы диверсификации с целью достижения минимального портфельного риска при заданном уровне целевой доходности или максимальной доходности портфеля при заданном уровне риска. Для одношагового рынка Кокса–Росса–Рубинштейна с $B_0=1$ при заданных параметрах: $S_0 = 3\pi/2$, $r = 0,16$, $a = -0,18$, $b = 0,9$ для финансового обязательства $f_1 = \sin S_1 - 3$, определить реплицирующую стратегию методом минимального хеджирования, а именно компоненты портфеля β_1 и γ_1. Вычислить нейтральную к риску (мартингальную) вероятность p^* и справедливую цену $C_1(f)$. Рассчитать будущую доходность акции на основе модели CAPM. Вычислить коэффициент Бета (β), используя модификацию и корректировку от М. Блюма (и не обязательно - Бава-Линдсберга, Шоулза-Виллимса и Харлоу-Рао). Реализовать с помощью Python/ MS Excel. Смоделировать стохастический процесс поведения цены акции с помощью метода Монте-Карло. Сделать выводы. Пусть B_0 и B_1 — цены единицы банковского счёта, а S_0 и S_1 — цены акций в моменты времени 0 и 1. Пусть число $\frac{S_0}{B_0}$ лежит строго между значениями $\frac{S_1(\omega_1)}{B_1}$ и $\frac{S_1(\omega_2)}{B_1}$, например: $\frac{S_1(\omega_1)}{B_1} < \frac{S_0}{B_0} < \frac{S_1(\omega_2)}{B_1}$
--	---	--	---

	2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов. 3. Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности.	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты математики. Уметь: использовать математические методы и модели для постановки, решения и обоснования управленческого решения Знать: фундаментальные понятия, идеи, инструменты математики. Уметь: формировать математические модели для реальных данных, интерпретировать и оценивать полученные результаты в задачах моделирования и описания управленческой деятельности	Для простейшего (B, S)-рынка с акцией одного типа и с бинарной схемой образования событий: Доказать, что (B, S)-рынок безарбитражен и полон. Численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений в модели Блэка-Шоулза с помощью численных алгоритмов Эйлера-Маруяма, Мильштейна и Рунге-Кутты. Пусть на промежутке времени $[0, T]$ в банк поступают вклады с интенсивностью (скоростью) $V(t)$ – количество вкладов в единицу времени. Величина процента по вкладам – r, то есть за время Δt вклад становится равен $e^{r \cdot \Delta t}$. Найти суммарный капитал $X(t)$ к моменту времени t, считая, что начальный капитал нулевой $X(0) = 0$, а функция распределения $F(t)$ продолжительности вклада задана. Найдите математическое ожидание $X(t)$, если математическое ожидание $V(t)$ известно. На четырех финансовых рассмотреть основные идеи байесовской статистики и байесовской регрессии, как одного из важных инструментов финансовых вычислений. Выполнить предварительный технический анализ для котировок акций. Построить графики высокочастотных изменений доходности и диаграмму рассеяния логарифмической доходности двух индексов, на которой через облако точек проходит линия регрессии. Визуализировать результаты моделирования, построив шкалу коэффициента Шарпа, который определяется как отношение премии за риск (ожидаемое превышение доходности портфеля над безрисковой
--	--	---	--

			краткосрочной ставкой μ_f) к ожидаемому стандартному отклонению. Решить задачу максимизации коэффициента Шарпа.
--	--	--	--

Примерные вопросы для подготовки к зачёту

1. Основные типы финансовых инструментов. Ценообразование форвардных контрактов. Временная стоимость денег. Арбитражные возможности. Арбитражное ценообразование. Однопериодная биномиальная модель. Справедливая цена опциона.
2. Мультипликативная структура процесса эволюции цен. Ценообразование производных финансовых инструментов в биномиальной модели. Алгоритм обратной индукции. Реплицирующий портфель. Европейские опционы, американские опционы. Самофинансируемый портфель.
3. Понятие стохастического процесса. Марковские процессы и марковское свойство. Стохастические процессы с непрерывным временем. Винеровский процесс, обобщенный винеровский процесс. Процесс Ито. Лемма Ито. Стохастический процесс ценообразования. Геометрическое случайное блуждание. Броуновское движение. Моделирование методом Монте-Карло.
4. Логнормальное свойство цен активов. Распределение доходностей. Ожидаемая доходность и волатильность актива. Оценка волатильности по историческим данным. Тренд и волатильность. Моделирование в непрерывном времени стохастического процесса с постоянным трендом и волатильностью. Биномиальная аппроксимация процесса ценообразования. Предположения, лежащие в основе дифференциального уравнения Блэка – Шоулза. Оценка, нейтральная к риску. Формула Блэка – Шоулза для цены европейских опционов, ее свойства и ограничения. Применение формулы

Блэка - Шоулза: варранты, подразумеваемая волатильность. Выплата дивидендов.

5. Комбинации и сочетания опционов, спрэды. Хеджирующие стратегии.

6. Линейные стохастические модели. Модель скользящего среднего $MA(q)$. Авторегрессионная модель $AR(p)$. Модель авторегрессии и скользящего среднего $ARMA(p,q)$ и интегральная модель $ARIMA(p,d,q)$. Прогнозирование в линейных моделях. Нелинейные стохастические модели. Модели ARCH и GARCH, их модификации. Модели стохастической волатильности.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная:

1. Соловьев, В. И. Финансовая математика: учебное пособие / В. И. Соловьев; Финуниверситет. – Москва : Кнорус, 2016. - 176 с. – Текст : непосредственный. - То же. - 2019. - ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://www.book.ru/book/931310> (дата обращения: 05.05.2023). - Текст : электронный.

б) дополнительная:

2. Федотов, Н. Г. Теория признаков распознавания образов на основе стохастической геометрии и функционального анализа / Н. Г. Федотов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 304 с. - ЭБС ZNANIUM.com. – URL: <http://znanium.com/catalog/product/261943> (дата обращения: 05.05.2023). - Текст : электронный.

3. Бабайцев В. А. Математические методы финансового анализа : учебное пособие для вузов / В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. — 215 с. — (Высшее образование). - ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/516100> (дата обращения: 05.05.2023). — Текст : электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Личный кабинет обучающегося <https://org.fa.ru>
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
3. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
5. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
6. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
7. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
8. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит календарно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным пособиям и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры. Сделанные записи нужно сверить с учебниками и учебными пособиями и в случае расхождений проконсультироваться с преподавателем.

Методические указания по проведению практических занятий

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

● ***Учебные практические занятия*** структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- 3) разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- 4) рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- 5) разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- 6) корректировка заданий для самостоятельной работы студентов;
- 7) интерактивная форма – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) – представляет собой решение списка

задач, определенных преподавателем, в группе из небольшого количества студентов. В каждой группе есть «сильный» студент, который может выполнять функции консультанта и помощника преподавателю. Работа группы оценивается по количеству правильно решенных задач.

● Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия контрольной работы каждого студента;
- 2) разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы;
- 3) проведение аудиторной контрольной работы.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. Во время занятия нужно точно записывать формулировки решаемых задач, вопросы, указания преподавателя к решению и разбираемые решения. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы. Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе практического занятия способствуют освоению учебного материала и предупреждают появление ошибок в дальнейшем.

На практических занятиях используется проблемно-деятельностный подход для решения практических задач. Сущность проблемно-деятельностного обучения заключается в том, что в процессе учебных занятий создаются специальные условия, в которых обучающийся, опираясь на приобретенные знания, мысленно и практически действует в целях поиска и

обоснования наиболее оптимальных вариантов ее решения. Создается проблемная задача, студенты знакомятся с задачей, анализируют ее, выделяют лежащее в ее основе противоречие, создают и обосновывают модель своих возможных действий по разрешению проблемной ситуации, пробуют разрешить возникшую проблему на основе имеющихся у них знаний, выстраивают модель своих действий по ее решению.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль за выполнением домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования.

***Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям
(теоретический курс)***

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания департамента.

Студентам рекомендуется:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных или электронных носителях, представленный лектором на портале. Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам, если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельных домашних заданий

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на семинарах и консультациях неясные вопросы;
- использовать при подготовке нормативные документы Финансового университета;
- при подготовке к экзамену параллельно прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Пакет офисных программ
2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
2. Информационно-правовая система «Гарант»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН»: <https://skrin.ru>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не предусмотрены.

12. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для освоения дисциплины возможно использование вычислительных средств – компьютер, смартфон или планшет, в качестве дополнительных инструментов организации и осуществления образовательного процесса.

Требуется доступ в компьютерный класс для выполнения заданий для самостоятельной работы.